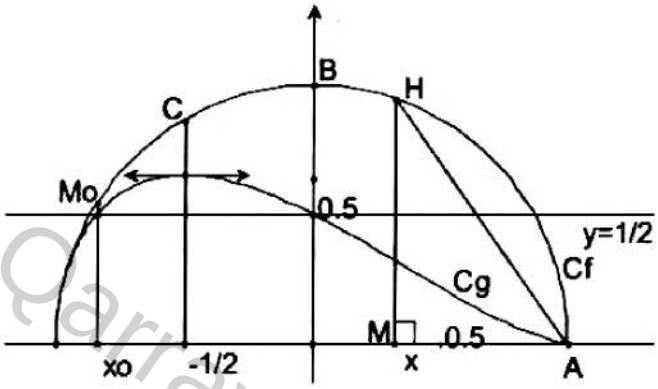
EX 28 :

$x \in [-1,1]$

$f(x)=\sqrt{1-x^2}$

$g(x)=\frac{1}{2}(1-x)\sqrt{1-x^2}$



1) $A(x)=\frac{AH.HM}{2}$

$A(x)=\frac{1}{2}(1-x).f(x)$

$A(x)=g(x)$

2) a) A(x)=g(x) est maximale lorsque

$x=-\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ lorsque M=C (voir figure)

b) $I=\{A(x)\ ;\ x \in [-1,1[\}$

$I=\{g(x)\ ;\ x \in [-1,1[\} = g([-1,1[) = \left[0, g(-\frac{1}{2})\right]$

$I=\left[0,\frac{3\sqrt{3}}{8}\right]$

c) soit a = l'aire du triangle OAB

$a=\frac{1}{2}$

$A(x)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow g(x)=\frac{1}{2}$

la droite d'équation : $y=\frac{1}{2}$ coupe (ζ_g)

en deux points

d'où léquation : $g(x)=\frac{1}{2}$ admet deux solutions

l'une de ces solutions est 0

$x=0 \rightarrow M=B$

l'autre $x_0 \rightarrow M=M_0$ (voir figure)

• soit $\varphi(x)=g(x)-\frac{1}{2}$

φ est continue sur $\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$

$\varphi(-1).\varphi(-\frac{1}{2})=(-\frac{1}{2})(\frac{3\sqrt{3}}{8}-\frac{1}{2})<0$

$\Rightarrow -1<x_0<-0,5$

$\varphi(-0,9)\times\varphi(-0,8)<0 \Rightarrow -0,9<x_0<-0,8$

EX 29 :

a<b

$f([a,b]) \subset [a,b]$

1) montrons que l'équation f(x)=x

admet une solution α dans [a,b]

* $f(x)=x \Leftrightarrow f(x)-x=0 \Leftrightarrow h(x)=0$

(avec h(x)=f(x)-x)

* $h(a)=f(a)-a \geq 0$ car $f(a) \in [a,b]$

$h(b)=f(b)-b \leq 0$ car $f(b) \in [a,b]$

* h est continue sur [a,b] h(a) et h(b) sont de signes contraires

0 est compris entre h(a) et h(b)

d'aprés le théorème des valeurs intermédiaires :

il existe $\alpha \in [a,b]$ tel que: $h(\alpha)=0$

$h(\alpha)=0 \Leftrightarrow f(\alpha)=\alpha$

2) la droite Δ:y=x coupe (ζ_f) en un point A de coordonnées (α,α)

(*Rq* : α n'est pas nécéssairement unique)

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn